

Exponenciální funkce

Exponenciální funkce $f(x)$ je **funkce**, kterou lze zapsat ve tvaru

$$y = f(x) = a^x, \quad \text{kde } a \in (0; 1) \cup (1; \infty).$$

Definičním oborem exponenciální funkce je celý obor **reálných čísel**.

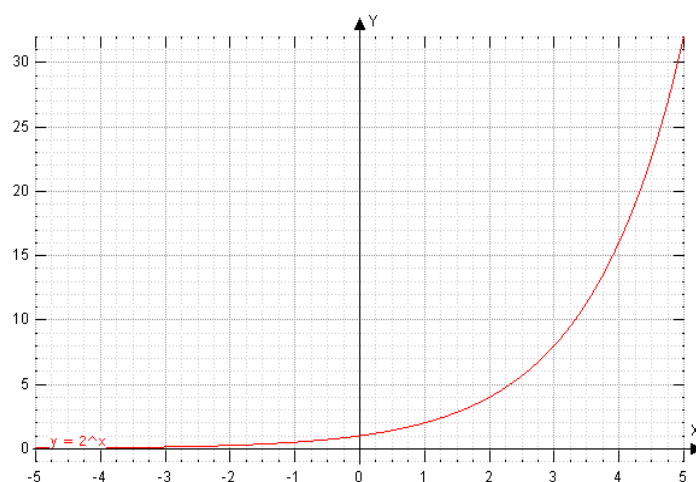
Oborem hodnot exponenciální funkce je interval $(0; \infty)$.

Grafem je **exponenciála**.

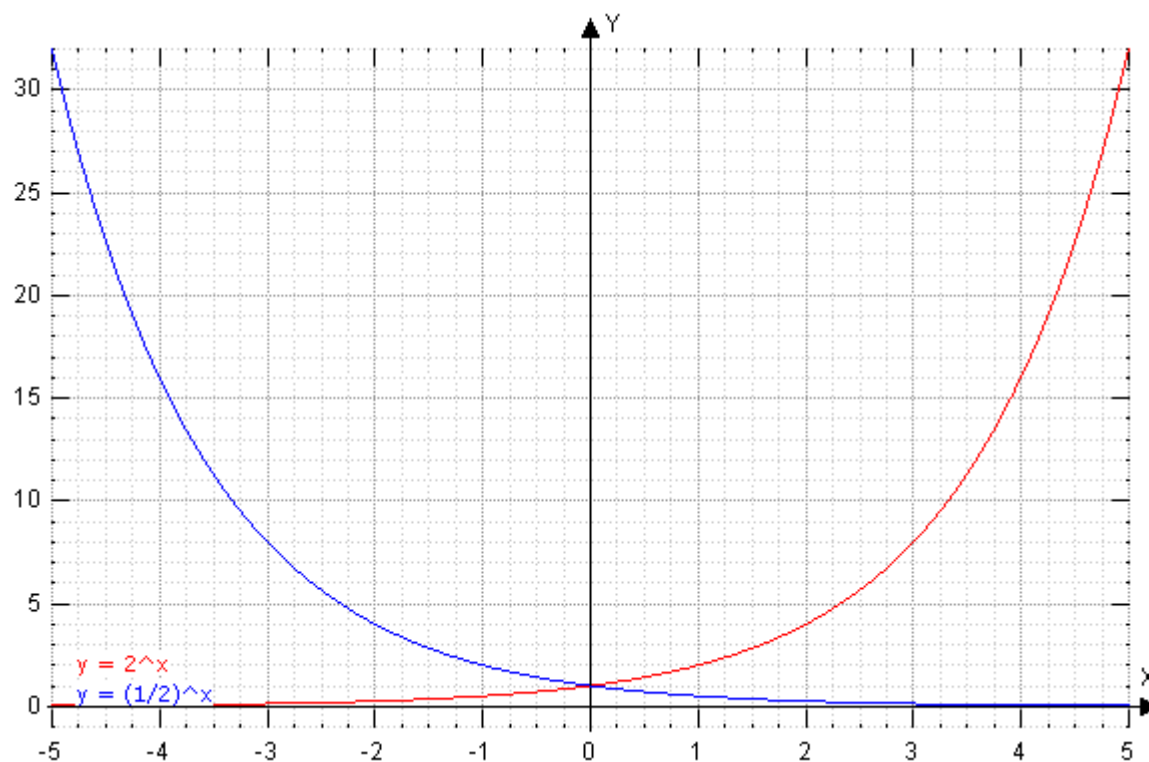
Graf exponenciální funkce $y = 2^x$

Hodnoty funkce:

x	0	1	2	3	4	5
y	1	2	4	8	16	32



Porovnání exponenciální funkce, kde základ $a > 1$ (rostoucí) a funkce, kde $0 < a < 1$ (klesající).



Příklady

1. Načrtněte grafy exponenciálních funkcí

a) $y = 3^x$ b) $y = 4^x$ c) $y = 10^x$

a) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ c) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ d) $y = \left(\frac{1}{10}\right)^x$

a) $y = 3^x + 1$ b) $y = 3^x - 2$ c) $y = 3^{x+3}$ d) $y = 3^{x-4}$

e) $y = -3^x$

Grafy funkcí: <http://rechneronline.de/function-graphs/>

2. Porovnejte daná čísla

a) $1,5^6 \dots 1,5^8$

b) $0,72^3 \dots 0,72^7$

3. Porovnejte exponenty, je-li dáno:

a) $1,6^a > 1,6^b$

b) $0,8^p < 0,8^q$

c) $\left(\frac{2}{13}\right)^x < \left(\frac{2}{13}\right)^y$

4. Dané číslo porovnejte s číslem 1

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^{6,24}$ b) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-6,24}$ c) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-0,39}$

5. Stanovte podmínku pro a, je-li dáno

a) $a^{0,1} > a^{1,1}$

b) $a^{\frac{4}{3}} > a^{\frac{3}{4}}$

c) $a^{13,2} < a^{10,2}$

Exponenciální rovnice

Řešte v R exponenciální rovnice

$$1. \frac{27^x \cdot 3^2 \cdot \sqrt{3}}{9^x} = 1$$

$$2. \sqrt[5]{\left(\frac{4}{3}\right)^{1-x}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{x+3}$$

$$3. 128 = 2^x$$

$$4. 32^x = \frac{1}{16}$$

$$5. \left(\frac{7}{6}\right)^{2x-5} = \left[\left(\frac{7}{6}\right)^x\right]^4$$

$$6. e^{11x+8} = 1$$

$$7. \left(\frac{2}{7}\right)^{3x+2} = \left(\frac{7}{2}\right)^{\frac{1-x}{4}}$$

$$8. 36 = \frac{6^{x-5}}{\sqrt{6}}$$

$$9. 1 = (2^3)^{x^2} \cdot \frac{1}{8^{3x-2}}$$

$$10. \frac{1}{125} \cdot \sqrt[4]{25^{3x-1}} = 125^{-\frac{2}{3}}$$

$$11. 3^{x^2} \cdot 7^{x^2} = 21^{-3} \cdot \left(\frac{1}{441}\right)^{x-3}$$

$$12. 5(4 - 2^x) = 2^{x-2} \cdot 4 - 28$$

$$13. 2^x = 32 - 2^x$$

$$14. 6^{x-1} = 5 + 6^{x-2}$$

$$15. 5^{x+2} \cdot 2 - 5^{x+1} = 45$$

$$16. 5^x - 5^x \cdot 5 + 500 = 0$$

$$17. 16 \cdot (4^x)^3 = 4^3 \cdot (4^3)^x - 96$$

$$18. 5^{2x} - 3 \cdot 5^x = 10$$

$$19. 16^x = 6 \cdot 4^x - 8$$

$$20. 121^x = 22 + 9 \cdot 11^x$$

$$21. 9^x - 50 \cdot 3^x = 32 \cdot 3^x - 9^2$$

$$22. 3^{2x+1} - 3 \cdot 3^{x+2} = 3^x - 9$$